

PROBABILIDADES E DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES

• Probabilidades

$$P(\text{resultado favorável}) = \frac{\text{número de resultados favoráveis}}{\text{nº de resultados igualmente possíveis}}$$

A probabilidade é uma medida da incerteza dos fenômenos.

Traduz-se por um número real compreendido de 0 (zero) e 1 (um).

Probabilidade a priori ou matemática: cálculo a partir de modelo estatístico e sem experimentação, determinando as probabilidades de acontecimentos futuros;

Probabilidade a posteriori: estimativa por meio de dados experimentais, da verdadeira probabilidade ou valor mais provável.

FAMAT/UFPA

Prof. Dr. Ednaêdo Garvão Guimarães

Espaço amostral (S): todos os possíveis resultados do experimento.

Evento: qualquer subconjunto do espaço amostral.

A probabilidade da união de dois eventos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Evento Mutuamente Exclusivos (Disjuntos): $P(A \cap B) = 0$

Eventos independentes: são aqueles que não exercem ação entre si, isto é, cada evento comportando-se da maneira que lhe é própria.

condição necessária e suficiente para que dois eventos sejam independentes:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

FAMAT/UFPA

Prof. Dr. Ednaêdo Garvão Guimarães

Probabilidade Condicionada: Se A e B são dois eventos, a probabilidade de B ocorrer, depois de A ter acontecido, é definida por $P(B/A)$ e é denominada probabilidade condicional de ocorrer B , sabendo da ocorrência de A .

Se a ocorrência ou não de A não afetar a probabilidade da ocorrência de B , então $P(B/A) = P(B)$. Neste caso, A e B são independentes.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

FAMAT/UFPA

Prof. Dr. Ednaêdo Garvão Guimarães

Exemplo 1. No quadro a seguir são apresentados os resultados da tabela cruzada de um experimento em que se avaliou a opinião de pessoas do sexo masculino e do sexo feminino quanto ao paladar de determinado produto de origem animal.

i) Os eventos M e bom são independentes?
ii) Selecionada uma pessoa aleatoriamente:

- Qual a probabilidade de emitir a opinião bom?
- Qual a probabilidade de ótimo ou masculino?
- Qual a probabilidade de feminino e ruim?
- Sabendo que é F , qual a probabilidade de ótimo?

OPINIÃO	SEXO		Total
	F	M	
bom	39	34	73
ótimo	10	33	43
ruim	18	46	64
Total	67	113	180

FAMAT/UFPA

Prof. Dr. Ednaêdo Garvão Guimarães

Exemplo 2: Considere 3 linhagens A , B e C , que produzem ovos fertilizados em lotes de 350, 450 e 200 ovos, respectivamente. Um lote de cada linhagem é selecionado e os ovos são misturados. Suponha que a probabilidade de se encontrar ovos não fertilizados em cada uma das linhagens seja respectivamente de 8%; 5% e 2%. Seleciona-se um ovo ao acaso e ele não está fertilizado, qual a probabilidade de ter vindo da linhagem B ?

FAMAT/UFPA

Prof. Dr. Ednaêdo Garvão Guimarães

Distribuições de Probabilidades

Funções estatísticas que permitem o cálculo de probabilidade sem a necessidade de realização do experimento.

A distribuição adequada para representar a variável é obtida em função de características dessa variável.

Distribuições discretas: Uniforme, Bernoulli, **Binomial**, Poisson, Multinomial, Geométrica, ...

Distribuições Contínuas: Uniforme, Exponencial, **Normal**, Gamma,

FAMAT/UFPA

Prof. Dr. Ednaêdo Garvão Guimarães

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

É apropriada nas experiências onde ocorre somente duas situações (sucesso ou fracasso)

Exemplos: lançamento de moedas; fecundação de óvulos; defeito de equipamentos; teste de doença; etc..

$$P(X = x) = C_n^x p^x q^{n-x}$$

n é o número de experiências; p é a probabilidade do sucesso; q = 1 - p é a probabilidade do fracasso

$$C_n^x = \frac{n!}{(n-x)!x!}$$

Um experimento se enquadra como um experimento binomial se as seguintes condições são satisfeitas:

- A variável é discreta
- Em cada experimento ocorre apenas o sucesso (p) ou fracasso (q)
- Os experimentos repetidos são independentes
- A probabilidade do sucesso (p) permanece constante de experimento para experimento
- Um número fixo de n experiências são realizadas

Exemplo 1: Estudos indicam que 70% dos animais inseminados ficam prenhez. Se 10 animais são inseminados, qual a probabilidade de:

- Todos ficarem prenhez?
- No máximo 6 ficarem prenhez?

Exemplo 2: A prevalência da doença X em gatos é de 13%. Se selecionarmos 8 animais, qual a probabilidade de 3 apresentarem a doença.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Mais importante dos modelos para variáveis contínuas.

Aplicação em todas as áreas da ciência.

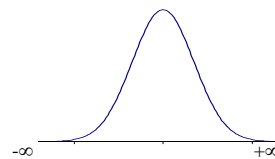
Uma variável X tem distribuição normal se sua função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

μ = média da variável X (μ ∈ ℝ)
 σ = desvio padrão de X (σ ∈ ℝ+)
 e = 2,718
 π = 3,141516
 x ∈ ℝ

O gráfico da normal tem a forma de sino

A distribuição é simétrica em relação a média (μ)



Cálculo de probabilidade

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$$

A distribuição normal padronizada

Utiliza-se das propriedades da média e do desvio padrão, para definir a variável normal padronizada Z.

Livros apresentam as tabelas de Z

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Tabela 1. Área sob a curva normal padronizada compreendida entre os valores 0 e Z

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2421	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4266	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Exercício de aplicação:

1) Sabe-se que a variável X que representa o tempo gasto para se realizar uma determinada análise de laboratório, tem distribuição normal com média de 40 minutos e desvio padrão de 10 minutos.

Uma análise será realizada:

- a) Qual a probabilidade que o tempo para a realização da análise fique entre 30 e 50 minutos?
- b) Qual a probabilidade que o tempo seja superior a 60 minutos?
- c) Qual a probabilidade do tempo estar entre 40 e 50 minutos.
- d) Acima de que valor de tempo espera-se realizar 90% das análises?

2) Suponha que a pressão arterial média (PAM) de um animal tenha distribuição normal com média de 10 cmHg e desvio padrão de 2 cmHg.

a) Ao selecionar um animal aleatoriamente qual a probabilidade que a PAM: i) fique entre 7 e 11 cmHg? ii) seja superior a 10,5 cmHg? iii) seja inferior a 8 cmHg? iv) fique entre 11 e 12 cmHg?

b) Se a PAM do animal for classificado em Baixa, Média e Alta, de acordo com a seguinte critério: Baixa \rightarrow 10% das menores PAM; Alta \rightarrow 15% das maiores e Média \rightarrow os demais 75%, quais serão os limites estimados para a classificação?

c) Se selecionarmos 5 animais, qual a probabilidade de que em 3 tenhamos PAM superior a 13cmHg?